

韦达：不解方程，也知道你的秘密

一元二次方程·根与系数

考点：一元二次方程·根与系数的关系 | 高频考法：求对称式、验根、求参数

400多年前的法国，有个叫**韦达**的人，本职是**律师**，还给国王破译过密码。

那时数学家的共识：想了解方程的两根，必须老老实实解出来。**韦达偏不信。**

他把一堆方程的根抄下来摆在一起看，发现一件诡异的事—— $x^2-5x+6=0$ 两根2和3：相加=5，正好是“-5”变号；相乘=6，正好是常数项！试了十几个方程全部如此。

他拍案而起：方程还没解，两根的和与积早就写在系数里了。

一个律师抢了数学家的饭碗——靠的不是算得快，而是换了个角度看。

中考怎么考

例： x_1 、 x_2 是 $x^2-4x+1=0$ 的两根，求 $x_1^2+x_2^2$ 。和=4，积=1： $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=16-2=14$ ，不解方程30秒出答案。

"律师韦达：审问（解方程）之前，先看档案（系数）。"

口诀：和负b比a，积c比a；用前查 Δ 。

爸爸/妈妈这么讲：做题别急着猛算，先扫一眼：有没有不用算就能出答案的路？老实人用力，聪明人用角度。

笛卡尔：天花板上的蜘蛛

坐标系·数形结合

考点：平面直角坐标系·数形结合 | 一切函数题的底层工具

400年前，法国人笛卡尔体弱多病，医生允许他早上卧床。

一天早晨他看见天花板上爬着一只蜘蛛，拉着丝停在半空。别人看见"一只蜘蛛"，笛卡尔看见一个问题：

"我怎么告诉别人，蜘蛛现在在哪儿？"

说"在空中"太模糊，说"东南偏上"没人懂。他盯着天花板两条相交的墙缝——一条横一条竖——突然明白：
只要量出蜘蛛到横缝、到竖缝的距离，两个数，就能精确说出任何位置。

"横3、竖2"，全宇宙任何人都能找到同一个点。

这一瞬间，代数和几何结婚了：点变成数，曲线变成方程。算不明白的，画出来看；看不透的，算出来证。

中考怎么考

例：求 $y=x^2-2x-3$ 与x轴交点及顶点。令 $y=0$ 得 $(-1,0)$ 、 $(3,0)$ ；配方 $y=(x-1)^2-4$ 顶点 $(1,-4)$ 。压轴题动点问题
第一步永远是找坐标。

"蜘蛛的位置=两个数。点在线上，点在方程里。"
口诀：见数想形，见形想数。

爸爸/妈妈这么讲：压轴题条件一堆别慌，先问：这些条件能不能变成图上的几个点、几条线？图一画出来，答案经常自己蹦出来。

华罗庚：烧水泡茶的时间战术

统筹法·考场时间分配

考点：统筹与方案决策 | 同时是考场时间分配战术

上世纪五六十年代，数学家**华罗庚**在全国推广**统筹法**，最有名的例子就是烧水泡茶。

洗好水壶灌上凉水放在火上；**等水开的时间里**同时洗茶壶茶杯拿茶叶；水开了直接泡。

另一种做法：傻等水开，水开了再一样一样干。事情没变，**总时间差一大截**。

他还推广**优选法 (0.618)**：不穷举，用最少试验找最优方案。

华罗庚初中文凭都没拿到，靠自学成为世界级数学家，凭的就是把复杂问题化简到人人能懂。

考场版统筹

发卷先看压轴题（让脑子后台“烧着”）；选择题卡壳超90秒立即跳过；中低档题快而稳；最后集中攻压轴。核心：**会的先拿死，难的让后台烧**。

“别傻等水开——让脑子里的水壶先烧着。”

口诀：能并行就并行，分界点一步算。

爸爸/妈妈这么讲：发卷先看压轴、卡住就跳，这叫统筹。写作业也一样：卡住十分钟，先跳过去写别的，回头再战。

高斯：7岁小孩，几秒钟算穿全班

有理数·配对求和

考点：有理数运算 · 配对思想（数与式模块）

德国小男孩高斯7岁上学时，老师为清静一会儿，罚全班计算 $1+2+3+...+100$ 。

本以为能耗一节课，高斯几秒钟就交了卷：5050。

他的算法：1和100配对、2和99配对.....每对和都是101，共50对， $101\times 50=5050$ 。

首尾配对， $(首+尾)\times 个数\div 2$ 。

老师罚的是"算"，高斯用的是"想"。这孩子后来成为"数学王子"，与阿基米德、牛顿并列。

中考怎么考

找规律题 $1+3+5+...+(2n-1)=n^2$ 、堆叠小球总数等，本质全是高斯配对。

"首尾配对， $(首+尾)\times 对数$ 。"

爸爸/妈妈这么讲：让孩子算1加到20——不许用计算器，看他会不会配对。

希帕索斯：为一个新的数，被扔进大海

无理数 $\sqrt{2}$ 的诞生

考点：实数 · 无理数（数与式模块）

2500年前，毕达哥拉斯学派信奉“万物皆数”——世上一切都能写成整数或整数之比。

学派成员希帕索斯研究边长为1的正方形对角线时发现： $\sqrt{2}$ 怎么写都不可能是分数。

这个发现动摇了整个学派的信仰根基。传说他被同门扔进了大海。

无理数是用人命换来的数——从此实数=有理数+无理数，数轴上每个点都有一个数，天衣无缝。

中考怎么考

判断 $\sqrt{2}$ 、 π 、 $3.101001000\dots$ （间隔多一个0）是无理数； $22/7$ 、 $\sqrt{4}$ 是有理数。 $\sqrt{4}=2$ 是有理数——“带根号的”不一定无理，算完了才算数。

“写不成分数的数=无理数；带根号先算完再判断。”

爸爸/妈妈这么讲： π 是无限不循环小数， $22/7$ 是分数——哪个是无理数？孩子答对就是真懂。

花拉子米："代数"因他得名

方程·移项的起源

考点：一元一次/二次方程 · 移项思想（方程模块）

1200年前后，波斯数学家**花拉子米**写了一本书《还原与对消计算概要》（al-jabr wa'l-muqabala）。

"还原"（al-jabr）就是把负项移到另一边"补全"，这个词后来演变成英文 **algebra（代数）**。

你每写一步"移项要变号"，都是在跟一位800年前的波斯学者对话。

他的思路朴实：把不认识的东西（x）当作认识的东西来算。

中考怎么考

解方程 $3x-5=2x+1$ ：移项合并 $x=6$ 。"移项变号"就是花拉子米的"还原"。

"移项变号——800年前的智慧遗产。"

爸爸/妈妈这么讲：问孩子"algebra这个词哪来的"——能讲出故事，方程史就记住了。

勾股定理：商高早了500年，毕氏宰了100头牛

勾股定理

考点：勾股定理及逆定理（三角形模块）

西周初年，周公问天文学家商高测量之法，商高答：

"勾三股四弦五"——直角边3、4，斜边必是5。

这比毕达哥拉斯早了约500年。而在地中海，毕达哥拉斯发现同一定理后，学派兴奋地宰了100头牛庆祝（所以西方也叫"百牛定理"）。

一个定理，东西方各自独立发现—— $a^2+b^2=c^2$ 是人类文明共同的里程碑。

中考怎么考

勾股数速认：3-4-5、5-12-13、6-8-10、7-24-25、8-15-17。逆定理验直角： $5^2+12^2=13^2$ → 该三角形是直角三角形。

"勾三股四弦五；见直角，想勾股。"

爸爸/妈妈这么讲：让孩子背勾股数全家福——考场直接"认脸"，省计算时间。

欧几里得：几何没有王者之路

几何证明

考点：几何证明的严谨性（全等/四边形模块）

2300年前，埃及国王托勒密一世向欧几里得请教几何，嫌《几何原本》太难，问有没有捷径。

欧几里得回答："几何学中没有王者之路。" (There is no royal road to geometry.)

这句话流传了两千年。他从5条公设、5条公理出发，推出465个定理——你今天写的每一步" $\therefore$ "，都在沿用他的体系。

证明必须步步有据，国王也不能豁免。

中考怎么考

证明题跳步、"显然""易得"不给分——每步都要有依据（已知/定理）。这就是欧几里得的规矩。

"步步有据，国王也没捷径。"

爸爸/妈妈这么讲：检查孩子证明作业时问一句：这步的依据是什么？——培养的就是欧几里得精神。

祖冲之：3.1415926，领先世界近千年

圆与圆周率

考点：圆·圆周率与圆的计算（圆模块）

南北朝的**祖冲之**（429-500年）用"割圆术"把 π 算到**3.1415926与3.1415927之间**，并给出密率355/113——这个精度保持了世界纪录近千年，直到15世纪才被阿拉伯数学家超越。没有计算机，全靠算筹一根根摆。

他与儿子祖暅还算出了球体积公式。月球上有一座环形山以他命名。

圆的一切计算之根，就是这个数。

中考怎么考

弧长 $l=n\pi r/180$ 、扇形面积 $S=n\pi r^2/360=lr/2$ 、圆锥侧面积 πrl ——公式里的 π ，就是祖冲之毕生的对手。

" $\pi\approx 3.14$ ，计算按题目要求；割圆千年，领先世界。"

爸爸/妈妈这么讲：告诉孩子：手机导航、卫星轨道里都有 π ——祖冲之的遗产至今在太空转。

泰勒斯：一根棍子，量出金字塔

相似三角形

考点：相似三角形 · 测高应用（相似模块）

2600年前，古希腊第一位哲学家泰勒斯去埃及，法老问他：金字塔那么高，能量出来吗？

泰勒斯在地上竖起一根棍子，等棍子的影子和棍子一样长的时刻，让人去量金字塔的影子——影子多长，金字塔就多高。

原理：同一时刻、平行光线下的两个直角三角形相似，对应边成比例。

法老服了，把他奉为上宾。这是人类第一次用数学“测量不可测量”。

中考怎么考

影长测高：人高/人影=塔高/塔影。压轴里的“母子相似”（直角+斜高）同源。

“同一时刻，物高与影长成比例。”

爸爸/妈妈这么讲：傍晚和孩子在楼下用筷子量一次路灯高度——亲手做一遍泰勒斯。

帕斯卡：为赌徒分赌金，开创概率论

概率

考点：概率 · 列表法树状图（概率模块）

1654年，法国贵族德·梅雷问数学家帕斯卡一个赌博问题：两个赌徒奖金平分前被迫中断，按已有胜局怎么分钱才公平？

帕斯卡与费马通信讨论，越挖越深——概率论就此诞生。

帕斯卡还是“帕斯卡三角形”（杨辉三角）的命名者，31岁为专心哲学数学放下了所有社交。

赌徒的问题、数学家的严谨，合起来成了今天中考的送分题。

中考怎么考

列表/树状图求 $P=m/n$ ；判断游戏公平=比较双方胜率。“不放回”总数减一。

“随机背后有规律： $P=m/n$ ，等可能是前提。”

爸爸/妈妈这么讲：和孩子掷硬币20次记录正面频率，对比 $1/2$ ——频率稳定于概率，亲手摸出来。

欧拉：散步时解决七桥问题

一笔画·图论

考点：一笔画 · 奇点偶点（几何思维拓展）

18世纪普鲁士的哥尼斯堡有七座桥连接河两岸与两个岛，市民问：能不能不重复地一次走完七座桥？大数学家欧拉散步时想了想，把陆地缩成点、桥画成线，证明：奇点（连出奇数条线的点）超过2个就不可能一笔画——七桥问题有4个奇点，所以不可能。这一“缩地成点”的想法开创了图论。

他还创造了f(x)记号、解决柯尼斯堡邮政问题，一生论文800+篇，被誉为“分析的化身”。

中考怎么考

一笔画判断：数奇点——0个（任意起）或2个（奇点起）才行。找规律/新定义题的常客。

"奇点0或2，一笔才可行；缩地成点，化繁为简。"

爸爸/妈妈这么讲：让孩子把家里户型图画成"点线图"数奇点——欧拉思维就在生活里。

陈景润：几麻袋草稿纸，一个世界纪录

质数·哥德巴赫猜想

考点：质数与分解质因数（数与式思维拓展）

中国数学家**陈景润**在6平方米的小屋里，用掉**几麻袋草稿纸**，1966年证明了"1+2"（每个大偶数=质数+质数或两个质数之积），把**哥德巴赫猜想**的研究推到世界最前沿，至今无人超越。

他小时候数学老师讲过一句话：

"自然科学的皇后是数学，数学的皇冠是数论，哥德巴赫猜想是皇冠上的明珠。"

他摘了一辈子，摘到了离明珠最近的位置。

中考怎么考

质数判断与分解质因数： $60=2^2\times3\times5$ ；100以内质数25个；**1既不是质数也不是合数**。

"皇冠上的明珠，靠麻袋里的草稿去够。"

爸爸/妈妈这么讲：孩子嫌题目难时讲这个故事——难的不是题，是肯不肯多算几麻袋纸。

阿基米德：给我一个支点，我能撬起地球

杠杆·抛物线

考点：抛物线 · 弓形面积（二次函数模块）

"给我一个支点，我能撬起地球。"

说这话的是2200年前的希腊全才**阿基米德**——杠杆定律、浮力定律都是他的。
他还用"无穷小分割"算出了抛物线弓形的面积=同底等高三角形的三分之四，思想比牛顿、莱布尼茨的微积分早了1800年。

罗马士兵攻进城时，他正蹲在沙盘前画几何图，说了那句遗言："别踩坏我的圆！"

中考怎么考

抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的一切性质（对称、最值、开口）——阿基米德是系统研究抛物线的第一人。

"抛物线的性质，2200年前就画在沙盘上。"

爸爸/妈妈这么讲：学二次函数累了，讲讲"别踩坏我的圆"——数学可以热爱到用生命守护。

苏步青：从背榜倒数到东方第一个几何王国

几何·成长逆袭

考点：几何综合·证明书写 | 同时是一篇“差生逆袭”剧本

苏步青小时候在乡下读书，成绩单倒数（“背榜”），被同学嘲笑。

一位新来的数学老师杨老师对他说：

“你的聪明没用在学习上，用在淘气上了。”

这句话点醒了他。他从此发狠，17岁赴日留学，后来在微分几何领域开宗立派，被称为“东方国度上灿烂的数学明星”。

抗战时期他拒绝高薪挽留回国，在浙江大学的破庙里坚持研究——他说：

“我要把数学的根，扎在中国的土地上。”

他带出的学生里出了多位院士——“一门八院士”。

一个曾经的倒数生，成了改写中国几何的人。

中考怎么考

几何证明写不规范？想想苏步青：他改作业连一个符号马虎都要重来。规范书写本身就是得分点。

“倒数不可怕，可怕的是认定自己是倒数。”

爸爸/妈妈这么讲：孩子考砸时讲这个故事——苏步青倒数过，曹翰愉也能翻盘，关键是从今天开始发狠。

埃拉托色尼：一张筛子，筛出所有质数

质数·筛法

考点：质数与分解质因数 | 找质数的万能工具

2200年前的古希腊图书馆馆长埃拉托色尼，发明了找质数的"筛子"：写下2~100的数，划掉2的倍数（留2）、划掉3的倍数（留3）.....剩下的全是质数。

这个方法初中生两分钟就能学会，却用了2200年无人能取代。

他更神的操作：用一根杆子和一口井，测出了地球周长——夏至正午，赛伊尼城的太阳照进井底（太阳在正头顶），同一时刻亚历山大城的杆子有影子，量出影子角度是圆周的1/50，两城距离×50≈40000公里——和现代测值只差约2%。

一个人，靠两件简陋工具，量出了地球。

中考怎么考

100以内质数25个：2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,89,97——筛法自己筛一遍就记住了。1既不是质数也不是合数。

"划掉倍数，剩下质数——简单的方法用了2200年。"

爸爸/妈妈这么讲:让孩子用筛法亲手筛1~50——纸上画格子划一遍，25个质数直接住进脑子里。

拉马努金：直觉开挂的印度数学天才

数论·数感培养

考点：规律探究·数感 | 分解质因数与找规律的极致样本

印度穷小子**拉马努金**没上过大学，靠一本过时的公式手册自学，凭直觉写下了几千条公式——多数是对的，但**没有证明**。

1913年他鼓起勇气给英国大数学家哈代写了封信，附上自己发现的公式。哈代看后说：

"这些公式完全打败了我，它们必定是真的，因为没人有想象力能编造出它们。"

哈代把他接到剑桥，两人合作写出传奇论文。拉马努金最出名的一个数：出租车车牌**1729**——他随口指出：1729是"能用两种方式写成两立方和的最小数"（ $1^3+12^3=9^3+10^3=1729$ ）。

临终前他梦见的公式，几十年后被物理学家用在黑洞研究中。直觉让他看见公式，勤奋让公式成真——他算过的草稿纸后来整理成四大本"笔记本"，至今还在被数学家挖掘。

中考怎么考

分解质因数与找规律的题，答案常"藏在结构里"：先算前3项找规律（差/商/平方），再验证第4项——拉马努金式直觉=大量计算的沉淀。

"直觉是算出来的——先算够100道题，规律自己会向你招手。"

爸爸/妈妈这么讲：问孩子1729为什么神奇（两种立方和）——能讲出来，找规律题的"数感"就有了。

图灵：破译密码的数学家，改写了二战

统计概率·应用

考点：概率统计·密码与规律 | 数学直接改变世界的例子

二战时德军的密码机"恩尼格玛"号称不可破译，每天换密钥。

英国数学家**图灵**带领团队造了一台机器（"炸弹机"），用数学规律+概率推算暴力破解——**平均每天破译3000条情报**，让二战缩短了约两年，救了千万人的命。丘吉尔后来评价这是"决定性贡献"。

战后他提出"图灵测试"，被尊为**人工智能与计算机科学之父**。你现在手机里的一切App，源头都是他那篇1936年的论文。

2021年起英国50英镑纸币上印的就是他——一个数学家的脸，印在了一个国家的钱上。

中考怎么考

概率题本质是"信息推理"：树状图/列表=把所有可能性摆开数个数。破译密码也是这个思路：摆开所有可能，用已知条件排除。

"把所有可能摆开，答案自己浮出来——这就是列表法。"

爸爸/妈妈这么讲：告诉孩子——他玩的每款游戏、用的每个App，底层都是图灵开创的数学。学好数学=握住未来的钥匙。

斐波那契：兔子生出来的神奇数列

数列规律·找规律

考点：找规律 · 数字规律题 | 中考规律题的祖师爷

800年前意大利商人**斐波那契**算了一笔账：一对兔子每月生一对小兔，小兔一个月后长大——每个月有几对兔子？

答案是一串数：**1,1,2,3,5,8,13,21,34...**（前两数之和=下一数）。这就是"斐波那契数列"。

更神的是：相邻两数之比越来越接近**0.618黄金分割**。

后来人们发现这个数列**无处不在**：向日葵的螺旋是它、松果的鳞片是它、鹦鹉螺的壳是它、达芬奇的《蒙娜丽莎》构图里也有它。

一个养兔子的算术题，成了大自然的设计密码。

中考怎么考

规律题三板斧：①求差（等差）②求商（等比/倍增）③前后相加试（斐波那契型）。三种都试，三分钟内必中。

"前两数相加得第三数——大自然的默认设置。"

爸爸/妈妈这么讲：吃菠萝/向日葵籽时数一数螺旋圈数——8、13、21，全是斐波那契数。数学就藏在水果摊上。

刘徽：中国人自己的“割圆术”

圆·极限思想

考点：圆·用多边形逼近圆 | “化曲为直”思想的源头

公元263年，三国时代的刘徽给《九章算术》作注，写下“割圆术”：在圆里画正六边形，再加倍成正十二边形、二十四边形……

“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆周合体”。

他算到正3072边形，得出 $\pi \approx 3.1416$ 。两百年后祖冲之正是站在刘徽的肩膀上，把 π 精确到小数点后7位。

刘徽还提出“出入相补”原理（图形剪拼面积不变）——中考里所有“图形剪拼/等积变形”题的老祖宗。

一个三国时代的中国人，用一支笔逼近了无穷。

中考怎么考

圆的计算题常要“以直代曲”：内接正多边形面积逼近圆面积、弧长用弦近似——思想全来自割圆术。做这类题先想刘徽：多切几刀，就多像圆。

“割之又割，以至于不可割——极限思想的中文原版。”

爸爸/妈妈这么讲：拿一张圆纸剪成16等份拼成“近似长方形”——那个长方形面积=圆面积，孩子秒懂 πr^2 怎么来的。