

中考数学 · 知识地图 (120分)

曹翰愉 · 初三 · 目标105+/120 | 结构: 考点清单 → 必背结论 → 易错陷阱 | 点击章节展开 | v0.2 2026-10-15

 **全书一图**: 数与式 (地基) → 方程不等式 (工具) → 三大函数 (主线) → 几何四部 (三角形四边 形圆相似) → 统计概率 (送分块) → 压轴综合 (函数×几何) → **冲刺模型层** (将军饮马·胡不归/阿氏圆·旋转手拉手·瓜豆原理·隐圆·二次函数存在性问题——微课24-30) 。 **湖北特色题型**: 新定义 (微课31) · 网格作图 (微课32) · 动点图象 (微课33) · 三视图 (模块五) 。 **复习顺序 = 这张图的从左到右** , 每个模块通过"每日一练"通关后点亮下一模块。

考点清单

- 实数：相反数、倒数、绝对值、数轴、科学记数法、大小比较
- 整式运算：幂的运算、乘法公式、因式分解
- 分式：有意义/值为0的条件、约分、通分、化简求值
- 二次根式：有意义条件、性质、混合运算、估值
- 数字规律：数式规律、月历问题（横差1·竖差7·斜差6或8）、数阵/图形规律——先观察差与商，再归纳验证（2025省卷解答题实考月历探究）

必背结论卡

- ① 幂： $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $a^0 = 1 (a \neq 0)$, $a^{-p} = 1/a^p$
- ② 乘法公式： $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$; $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- ③ 十字相乘： $x^2 + (p+q)x + pq = (x+p)(x+q)$
- ④ 分式有意义 $\Leftrightarrow$ 分母 $\neq 0$; 二次根式有意义 $\Leftrightarrow$ 被开方数 ≥ 0
- ⑤ 常用估值： $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$; 科学记数法 $a \times 10^n$ ($1 \leq |a| < 10$)

易错陷阱

- 坑1：** $(-2)^2 = 4$ 但 $-2^2 = -4$ （负号是否被平方看括号）。
- 坑2：**科学记数法 n 的符号——小于1的数 n 为负 ($0.000032 = 3.2 \times 10^{-5}$)。
- 坑3：**"分式值为0"要同时满足分子=0且分母 $\neq 0$ ，只答分子=0扣一半分。
- 坑4：**化简求值题先化简再代入，直接代入没过程分；字母取值不能使分母为0。

📖 配套故事：**高斯求和**（有理数配对思想）· **希帕索斯与 $\sqrt{2}$** （无理数的诞生）——见故事库

考点清单

- 一元一次/二元一次方程组（应用题）
- 一元二次方程：四种解法、根的判别式 Δ 、韦达定理、应用（增长率/面积/利润）
- 分式方程：解法+验根、应用
- 一元一次不等式（组）：解集、数轴表示、方案决策

必背结论卡

- ① 求根公式： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ （先化一般式， $a \neq 0$ ）
- ② 判别式： $\Delta > 0$ 两不等实根； $\Delta = 0$ 两相等； $\Delta < 0$ 无实根
- ③ 韦达： $x_1 + x_2 = -b/a$ ， $x_1 \cdot x_2 = c/a$ （前提 $\Delta \geq 0$ ）
- ④ 增根：分式方程去分母产生的根，使最简公分母=0，**必须验根**
- ⑤ 增长率模型： $a(1+x)^2 = b$ ；利润：(售价-成本)×销量=利润

易错陷阱

- 坑1**：不等式两边同乘/除负数，**不等号反向**——中考选择填空第一坑。
- 坑2**：一元二次方程应用题漏" $a \neq 0$ "前提或忘记舍去不合实际的根（人数、边长不能为负）。
- 坑3**：分式方程不验根直接扣1-2分（步骤分）。
- 坑4**：方案决策题答案要写区间端点归属（ $x \leq 5$ 还是 $x < 5$ 看题目整数/实际意义）。

📖 配套故事：**花拉子米**（"代数"之父，配方法源头）· **韦达**（根与系数）——见故事库

考点清单

- 平面直角坐标系、点的坐标特征（各象限符号、对称点）
- 一次函数图象与性质、 k 和 b 的意义、与方程/不等式的关系
- 反比例函数图象与性质、 k 的几何意义
- 一次函数与反比例函数交点、实际应用（行程/方案）

必背结论卡

- ① 一次函数 $y=kx+b$: $k>0$ 必增, $k<0$ 必减; 与 y 轴交 $(0,b)$, 与 x 轴交 $(-b/k,0)$
- ② 待定系数法: 两点定一次函数 (代入解方程组)
- ③ 反比例 $y=k/x$: $k>0$ 在一三象限 (每支必减), $k<0$ 在二四;
- ④ k 几何意义: 图象上任一点向两坐标轴作垂线, 矩形面积= $|k|$, 三角形面积= $|k|/2$
- ⑤ 平移: $y=kx+b$ 上加下减 (b 变); 左右移变 x

易错陷阱

坑1: 反比例"每个象限内 y 随 x 增大而减小"——必须加"在每个象限内", 整体不能说单调。

坑2: 比较函数值大小时没分象限就下结论。

坑3: 一次函数图象与不等式解集: 图象在上方 $\Leftrightarrow y_1 > y_2$, 别搞反。

📖 配套故事: **笛卡尔与蜘蛛** (坐标系的诞生) ——见故事库

考点清单

- 三种形式：一般式/顶点式/交点式及互化
- 图象与性质：开口、对称轴、顶点、增减性、最值
- 平移规律；系数 $a/b/c$ 与图象的关系（含符号判断）
- 与 x 轴交点、一元二次方程/不等式的联系
- 应用：最值问题（利润/面积/抛物线拱桥/投篮）+ 压轴综合

必背结论卡

- ① 顶点式： $y=a(x-h)^2+k$ ，顶点 (h,k) ，对称轴 $x=h$
- ② 一般式配方： $y=ax^2+bx+c=a(x+\frac{b}{2a})^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$ ，对称轴 $x=-\frac{b}{2a}$
- ③ 交点式： $y=a(x-x_1)(x-x_2)$ ；与 x 轴交点个数由 Δ 决定
- ④ $a>0$ 开口向上有最小值； $a<0$ 向下有最大值； $|a|$ 越大开口越窄
- ⑤ 平移口诀：**左加右减（ x ），上加下减（整体）**
- ⑥ 符号速判： a 看开口； b 与 a "左同右异"（对称轴在 y 轴左侧 $\Leftrightarrow ab$ 同号）； c 看与 y 轴交点； Δ 看与 x 轴交点

易错陷阱

- 坑1：**对称轴 $x=-\frac{b}{2a}$ 的负号最常丢。
- 坑2：**求最值不自变量取值范围——实际问题 x 往往有限制（如 $0<x<10$ ），顶点在范围外时最值在端点！
- 坑3：**增减性必须按对称轴分段描述（"对称轴左侧 y 随 x 增大而减小"）。
- 坑4：**压轴题设点坐标 (t, t^2-2t-3) 这种参数设法：设横不设纵，纵坐标用解析式表示——很多同学想不到。

 配套故事：**阿基米德与抛物线**（最早研究抛物线性质的的人）——见故事库

考点清单

- 线段/角的基本概念、相交线平行线 (三线八角)
- 三角形基本性质：内角和、外角、三边关系、中线高角平分线
- 全等三角形：判定与性质、角平分线/垂直平分线性质的性质
- 等腰/等边/直角三角形：性质与判定、勾股定理及逆定理
- 尺规作图 (垂直平分线、角平分线等五大基本作图，依据是SSS全等) + 命题证明
- 投影与视图：画三视图 (正视/左视/俯视)，由三视图还原几何体；正方体堆积的俯视=看"占位" (2024省卷选择题实考)

必背结论卡

- ① 内角和 180° ；外角=不相邻两内角之和；三边关系 $|a-b| < c < a+b$
- ② 全等判定：SSS、SAS、ASA、AAS、HL (直角三角形) —— **没有SSA!**
- ③ 等腰三角形"三线合一" (顶角平分线=底边中线=底边上的高)
- ④ 含 30° 角直角三角形： 30° 所对直角边=斜边一半
- ⑤ 勾股： $a^2+b^2=c^2$ ；常见勾股数 3-4-5、5-12-13、6-8-10、7-24-25
- ⑥ 中位线：平行且等于第三边一半
- ⑦ 角平分线上的点到两边距离相等；垂直平分线上的点到两端点相等

易错陷阱

- 坑1**：用SSA证全等直接0分 ("边边角"是最大的证明陷阱)。
- 坑2**：等腰三角形分类讨论没做全——已知两边求周长要讨论谁是腰 (且要验证三边关系)。
- 坑3**：证明题跳步。几何证明每一步必须有依据 (定理/已知)，"显然""易得"不算分。

📖 配套故事：欧几里得 ("几何无王者之路") · 商高与毕达哥拉斯 (勾股定理) ——见故事库

考点清单

- 多边形内角和/外角和、对角线条数
- 平行四边形/矩形/菱形/正方形：性质与判定（核心章节）
- 中点四边形；四边形中的折叠、旋转、动点

必背结论卡

- ① n 边形内角和 $(n-2) \times 180^\circ$ ；外角和恒 360°
- ② 平行四边形判定：两组对边分别平行/分别相等/一组对边平行且相等；两条对角线互相平分
- ③ 菱形：四边相等，对角线互相垂直平分；**菱形面积=对角线乘积 $\div 2$** （对角线互相垂直的四边形都适用）
- ④ 矩形：对角线相等且互相平分；正方形全占
- ⑤ 中点四边形：对角线决定形状（原对角线相等 $\rightarrow$ 矩形；垂直 $\rightarrow$ 菱形）
- ⑥ 折叠问题：折叠=轴对称，对应边相等、对应角相等

易错陷阱

- 坑1：**"一组对边平行，另一组对边相等"推不出平行四边形（可能是等腰梯形）。
- 坑2：**菱形面积忘了"对角线积 $\div 2$ "这条快捷路径，硬算高。
- 坑3：**折叠题漏用"折痕是对应点连线的垂直平分线"。

📖 配套故事：**欧拉一笔画**（多边形与图论——见故事库）

考点清单

- 弦、弧、圆心角、圆周角；垂径定理
- 圆周角定理及推论（直径所对圆周角 $=90^\circ$ ）
- 点/直线与圆的位置关系；切线的判定与性质
- 正多边形与圆、弧长与扇形面积、圆锥侧面展开

必背结论卡

- ① 垂径定理：垂直于弦的直径平分弦且平分弦所对的两条弧（常建直角三角形用勾股）
- ② 圆周角=同弧圆心角的一半；同弧/等弧所对圆周角相等
- ③ 直径所对圆周角 $=90^\circ$ （见直径想直角！）； 90° 圆周角所对弦是直径
- ④ 切线判定：过半径外端且垂直于半径；切线性质：切线 $\perp$ 过切点的半径
- ⑤ 切线长定理：从外一点引两切线，切线长相等
- ⑥ 弧长 $l=n\pi r/180$ ；扇形面积 $S=n\pi r^2/360=lr/2$ ；圆锥侧面积 $=\pi rl$ （ l 母线）

易错陷阱

坑1：证切线分两类——有公共点：连半径证垂直；无公共点：作垂直证半径 $=d$ 。用错方法整题报废。

坑2：垂径定理忘用“弦心距+半弦+半径”直角三角形，硬算。

坑3：扇形公式 $n/360$ 与 $n/180$ （弧长）混着记。

📖 配套故事：**祖冲之**（圆周率领先世界近千年）——见故事库

考点清单

- 比例性质、黄金分割；相似三角形的判定与性质
- 相似的应用：位似、投影、测量物高
- 锐角三角函数定义、特殊角函数值、解直角三角形
- 应用：仰角俯角、坡度、方位角问题

必背结论卡

- ① 相似判定：AA（两角相等）、两边成比例夹角相等、三边成比例
- ② 相似比= $k \Rightarrow$ 对应高/中线/周长比= k , **面积比= k^2**
- ③ 平行相似（A字型/8字型）是找相似的第一反应
- ④ $\sin A = \text{对边}/\text{斜边}$, $\cos A = \text{邻边}/\text{斜边}$, $\tan A = \text{对边}/\text{邻边}$
- ⑤ 特殊值： $\sin 30^\circ = 1/2 = \cos 60^\circ$; $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$;
 $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$; $\tan 30^\circ = \sqrt{3}/3$, $\tan 45^\circ = 1$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$
- ⑥ 解直角三角形：斜的化直（作高），设未知数解三角形

易错陷阱

- 坑1**：面积比= k^2 不是 k （相似最坑的一个点）。
- 坑2**：三角函数只在**直角三角形**中定义，斜三角形先作高。
- 坑3**：仰角俯角从观察点水平线算起，别从地面算。

📖 配套故事：**泰勒斯测金字塔**（相似测高的祖师爷）——见故事库

考点清单

- 统计调查：全面调查/抽样调查、样本估计总体
- 数据代表：平均数/中位数/众数/方差
- 统计图：条形/折线/扇形/频数分布直方图
- 概率：列表/树状图求概率、频率估计概率、游戏公平性

必背结论卡

- ① 中位数：先排序再取中间（偶数个取中间两数平均）；众数：出现最多的（可多个）
- ② 方差 $S^2 = \text{平均}(x_i - \bar{x})^2$ ，越小越稳定
- ③ 扇形圆心角 = 百分比 $\times 360^\circ$ ；频率 = 频数 $\div$ 总数
- ④ 概率 $P(A) = m/n$ （等可能）；列表/树状图注意**放回与不放回**
- ⑤ 频率估计概率：大量重复试验中频率稳定于概率

易错陷阱

- 坑1：**中位数忘排序直接取中间。
- 坑2：**树状图“不放回”问题第二次画时漏去掉已取的球（总数变了）。
- 坑3：**判断公平性要比较双方获胜概率是否相等，别只算一方。

📖 配套故事：**帕斯卡分赌金**（概率论的诞生）——见故事库

- i 权重说明：各模块分值为按湖北统一命题卷常见结构估算的参考值，2027年真题卷到手后校准。
- i 使用方法：每周对照地图自查——哪个模块的“易错陷阱”还会踩，就在“每日一练”里加练该模块。
- i 下一版：每模块加“中考真题精练3题（带详细讲解）”，与每日一练打通。